

# El cálculo diferencial del bachillerato aplicado en la industria del envasado de alimentos

Guerrero de la Rosa Rafael Ángel  
Padilla Pineda Julio Eduardo  
Matemáticas  
ENP Plantel 5 “José Vasconcelos”

## Introducción

---

**E**n nuestro papel de profesores de la materia de Cálculo Diferencial e Integral (CDI), nos hicimos la siguiente pregunta: ¿Será posible conseguir que nuestros alumnos puedan convertir un problema clásico del CDI en una investigación interesante?

Con la intención de responder a esta pregunta, creemos que si nos restringimos a los problemas clásicos que se trabajan en el curso regular de la materia de CDI, en principio, los alumnos pueden aprender a resolverlos, pero debemos insistir en enfocar estos problemas de manera que se conviertan en objeto de estudio detallado, y su solución en objeto de investigación.

En este trabajo mostramos una forma de lograr esto y, sobre todo, lograr el interés y la motivación de los alumnos por resolver problemas de la vida real.

## Objetivo

---

Vincular la matemática con la vida real, fomentando una cultura basada en el razonamiento lógico y las aplicaciones prácticas de manera eficiente y creativa.

Nuestro reto como académicos de matemáticas es superar el rechazo de los alumnos en este ámbito y atraerlos hacia la disciplina, mediante trabajos donde apliquen lo aprendido, resolviendo problemas de la vida cotidiana.

## Marco teórico

---

Profesores e investigadores de la Facultad de Ciencias, Instituto de Matemáticas, Facultad de Ingeniería y la Coordinación de Universidad Abierta y Educación a Distancia (el autollamado grupo de los 30), desde hace un poco más de un año se han reunido con el propósito de revisar y mejorar los métodos de enseñanza de la

matemática en el bachillerato, analizando los principales problemas que limitan un adecuado aprendizaje, y han trazado estrategias para afrontarlos.

Uno de sus proyectos implica homologar contenidos en todo el bachillerato universitario y centrarlos en temas útiles para resolver problemas de la vida diaria.

## Aprendizajes esperados

---

En este trabajo, justamente, estamos proponiendo una manera en que los alumnos aprendan a resolver problemas de la vida diaria, adaptando los problemas clásicos del CDI, hacia una investigación más allá de su solución, con las técnicas que proporciona el CDI.

## Procedimiento

---

La información del *problema* que se les proporcionó a los alumnos fue la siguiente: investigar si el envase del “Soy Milk+Calcio” de un litro de capacidad y 20 cm de altura de Ades, está construido de tal manera que la superficie del material empleado en su construcción sea el correcto (el mínimo).

Haciendo un análisis detallado de su propuesta de investigación.

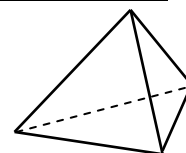


## Resultados

---

### Un poco de historia

En la industria del envasado de alimentos líquidos, hace algunos años el primer recipiente para envasar era el tetraedro, uno de los poliedros regulares formado por 4 triángulos iguales, habiéndose adoptado ese cuerpo por cuestión de economía en su construcción y su soldadura, efectuando dos cortes perpendiculares a la generatriz de un cilindro para obtener el tetraedro. Como su construcción era sencilla y económica, este tipo de envase *fue un brillante hallazgo empresarial* porque sólo exigía realizar 2 uniones a lo largo de dos aristas, sin embargo fue abandonado con relativa rapidez, siendo el motivo la dificultad en su almacenaje y por ende en su transporte, ya que al hacerlo se dejan huecos entre cada uno de los envases, siendo difícil adaptar el espacio en las cajas de embalaje habituales y que son paralelepípedos, por consiguiente las ventajas en su construcción se pierde en el almacenaje y el transporte, de manera que los inconvenientes superan las ventajas y esto hizo desistir su fabricación. De éstos sólo queda el nombre (Tetra Brik). Los actuales envases de alimentos líquidos que se utilizan son paralelepípedos y siguen llamándose Tetra Brik con el mismo principio de construcción.



## Un poco de economía

El consumidor común que compra en el supermercado un envase de cartón con leche o con jugo, no repara en que lo que agarra con sus manos; el envase tiene un precio y es una mercancía que genera millones de dinero para el fabricante que se dedica a venderlo. El público en general tiende a pensar que las mismas empresas procesadoras fabrican sus envases emblemáticos, pero esto no es así. La empresa Tetra-Pak, que casi ejerce un monopolio para Centroamérica y el Caribe, reveló que en 2007 la compañía vendió 120 millones de envases de todos los tipos, formas, materiales y tamaños.

Si mil envases de 200 mililitros (ml) cuestan aproximadamente \$ 120 US dólares, de modo que el precio estandarizado de cada envase es de 12 centavos de dólar americano, entonces, si el área de material empleado en la construcción de los envases de 200 ml es de  $289 \text{ cm}^2$  y el de un litro (1000 ml) es de  $784 \text{ cm}^2$ , considerando la proporción  $\frac{289}{784} = \frac{12}{x}$ ;  $x \approx 33$  centavos de dólar será el costo del envase de un litro, y si se considera el precio del dólar americano en \$ 13.10 pesos mexicanos (febrero de 2013), entonces el envase de un litro cuesta \$ 4.30 pesos mexicanos.



Por el bajo peso y la forma de los envases Tetra-Pak al usarlos, se transportan 95% de alimentos y sólo 5% por el envase; al optimizar la transportación se hace más rentable su operación. Los envases asépticos para alimentos líquidos se componen de 75% de papel, 20% de plástico y 5% de aluminio para conservar los alimentos y están contruidos en 8 capas. Además, los envases postconsumo se reciclan para fabricar hojas de papel; por cada tonelada reciclada se recuperan 750 kilos de papel. Un envase de un litro hoy pesa 28 gramos, 20% menos de lo que pesaba hace 20 años.

La bebida “Soy Milk+Calcio” viene envasada en empaque Tetra-Pak, el cual aumenta su tiempo de duración hasta en 4 meses, conservando su sabor y manteniendo sus nutrientes. Las fuertes tendencias de salud junto con el atractivo de sabores, han instado a muchos mexicanos a consumir bebidas de soya, incluso por encima de la leche y de los jugos de frutas vegetales. Por ejemplo, *AdeS* enfatiza que está enriquecida con vitaminas y minerales, y su valor de adquisición va de los \$22.70 pesos a los \$24.50 según la Procuraduría Federal del Consumidor (PROFECO), mientras que la leche en presentación de un litro va de los \$13.50 a los \$16.70 pesos.

## Análisis y aplicación del CDI

Los alumnos intentaron fundamentalmente la aplicación del CDI en los siguientes dos enfoques del problema.

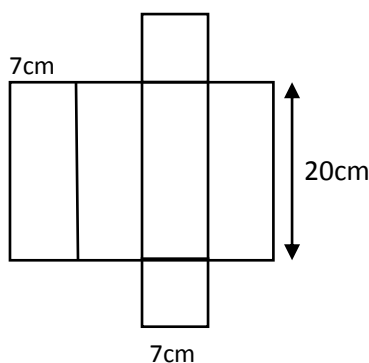
1) En el siguiente enfoque del problema, algunos alumnos consideraron que el desarrollo del Tetra Brik (el paralelepípedo) está constituido por 2 rectángulos de área  $(20x)$ , otros 2 rectángulos de área  $(20y)$  y las 2 bases de área  $(xy)$ , entonces el área total del envase es:  $A = 2(20x) + 2(20y) + 2(xy)$ ;  $A = 40x + 40y + 2xy \dots (1)$

Considerando que la capacidad del envase es de un litro (1000 ml), y el volumen del envase es:  $V = xy20 = 1000$  de donde despejando  $y = \frac{1000}{20x} = \frac{50}{x} \dots (2)$

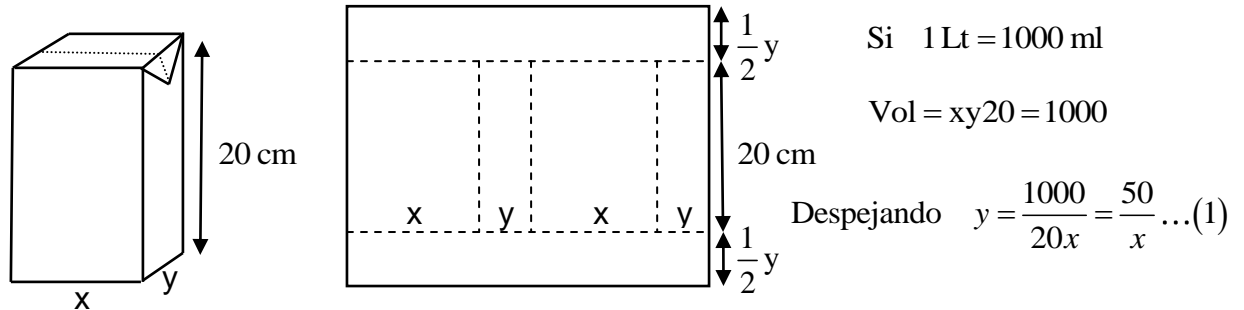
$$\text{Sustituyendo (2) en (1): } A = 40x + \frac{2000}{x} + 100 \dots (3)$$

Esta expresión (3) es el modelo matemático que representa el área del material del Tetra Brik, al cual aplicándole CDI (criterios de la primera y segunda derivada) se obtiene que  $x = 7\text{cm}$  y  $y = \frac{50}{7} \approx 7\text{cm}$

Este resultado indica que la base del Tetra Brik debe ser un cuadrado de  $7 \times 7\text{ cm}$ , esto, parece ser que las medidas del envase del *AdeS* de un litro las tomaron de acuerdo con este criterio de optimización, pero resulta que en su construcción es diferente a la del Tetra Brik. Los alumnos que resolvieron así el problema, no se fijaron que no es posible construirlo como un Tetra Brik. Este requiere 7 soldaduras y el Tetra Brik sólo 2.



2) En el siguiente enfoque del problema, otros alumnos sí consideraron el problema de un Tetra Brik con altura de 20 cm como restricción de los datos del problema y que su geometría es un paralelepípedo y lo esquematizaron como se muestra:



El área del material empleado en el envase es:

$$A = (2x + 2y)(20 + y) = 40x + 2xy + 40y + 2y^2 \dots (2)$$

Sustituyendo (1) en (2) se obtiene  $A = 40x + 100 + \frac{2000}{x} + \frac{5000}{x^2} \dots (3)$

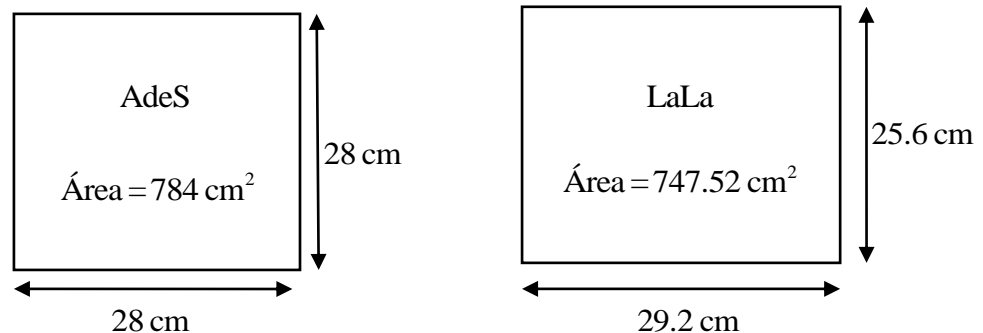
Aplicando CDI a la expresión (3) se obtiene que  $x = 9\text{ cm}$  y de (1),  $y = 5.5 \approx 5.6\text{ cm}$



Con este resultado, se tiene que en el caso del Tetra Brik de un litro y 20 cm de altura, el mínimo de material empleado en su construcción corresponde a un envase como los envases de la leche *LaLa* y que también se los compran a Tetra-Pak.

## Discusión de resultados

Al comparar el área de construcción del Tetra Brik real del *AdeS*, con el Tetra Brik de área mínima del enfoque 2, se observa lo siguiente:



$$\text{Diferencia de áreas} = 784 - 747.52 = 36.48\text{ cm}^2 ; \text{ Porcentaje} = \frac{36.48}{784} 100 = 4.65\%$$

En México, una estimación conservadora de consumo de *AdeS* de un litro en el 2012, se consideró que 5 millones de personas consumieron al menos una presentación de un litro cada mes, por lo que al año fueron 60 millones, y si la diferencia de áreas de material empleado en la construcción del Tetra Brik mínimo (*Lala*) respecto al Tetra Brik de *AdeS* de un litro fue de  $36.48\text{cm}^2$ , entonces el material en excedente entre uno y otro es de  $(36.48)(60 \times 10^6) = 2188.8 \times 10^6\text{cm}^2$ , es decir, que con el puro excedente de material se podrían producir  $\frac{2188.8 \times 10^6}{747.52} \approx 3$  millones de envases tipo *Lala* adicionales, cuyo costo es aproximadamente de \$ 4 pesos, lo cual en total representa un ahorro de  $(4)(3 \times 10^6) = 12$  millones de pesos por año.

## Bibliografía

---

- ❖ Fridman, L. M., (1995). *Metodología para resolver problemas de matemáticas*. Grupo Editorial Iberoamérica.
- ❖ Mochon, S. (1994). *Quiero entender el cálculo*. Grupo Editorial Iberoamérica.
- ❖ Corbalán, F. (2007) *Matemáticas de la vida misma*. Grao.