

# Papiroflexia en el aula

Rafael Ángel Guerrero de la Rosa

Julio Eduardo Padilla Pineda

*Matemáticas*

*ENP 5 "José Vasconcelos"*

## Introducción

**E**l Origami puede ser una gran ayuda en el aprendizaje de las matemáticas, en este caso de la Geometría Analítica, proporcionando al profesor de matemáticas una herramienta pedagógica que le permita desarrollar diferentes contenidos del programa vigente, no sólo conceptuales sino de procesamiento y de psicomotricidad fina y de percepción espacial. También desarrolla la destreza manual motivando al estudiante a ser creativo, ya que le permite desarrollar sus propios modelos e investigar la conexión que tiene con la Geometría Analítica no sólo plana, sino también espacial.

## Antecedentes

La historia de la papiroflexia comienza en China junto con la del papel de China, allá por el siglo I o II, y llega al Japón en el siglo VI. En un principio, era divertimento de las clases altas pues, eran las únicas que podían conseguir papel, ya que constituía un artículo de lujo. La palabra japonesa para la papiroflexia es *origami*, (ori significa doblar y kami significa papel).

## Objetivos

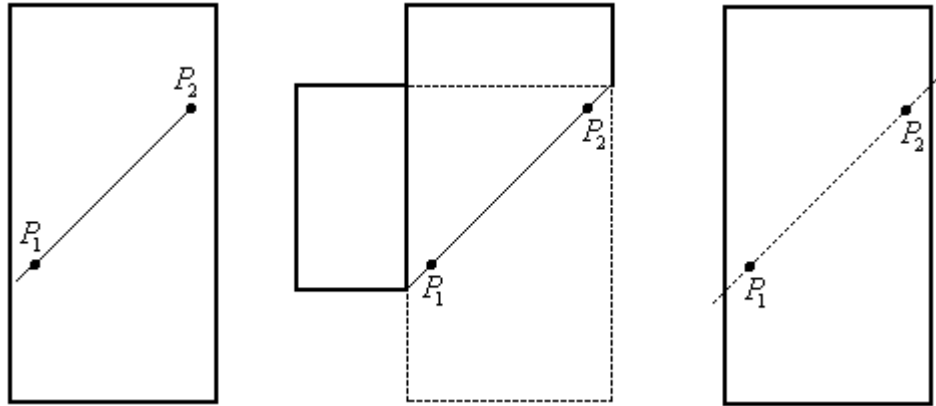
Mediante este bello arte de enseñanza, el uso de la papiroflexia constituye una atractiva forma de acercarse a las matemáticas, por su riqueza cultural y su gran valor pedagógico. Quienes nos dedicamos al interesante mundo de la enseñanza de las matemáticas tratamos con frecuencia de hacer el trabajo cotidiano menos complejo y más entretenido. En este sentido, la búsqueda de elementos que nos permitan afrontar el día a día con ciertas garantías de éxito hace que intentemos desarrollar nuevas estrategias de enseñanza y que a la vez exploremos nuevos recursos, para una mejor comprensión de los conceptos vertidos en clase.

## Aprendizajes esperados

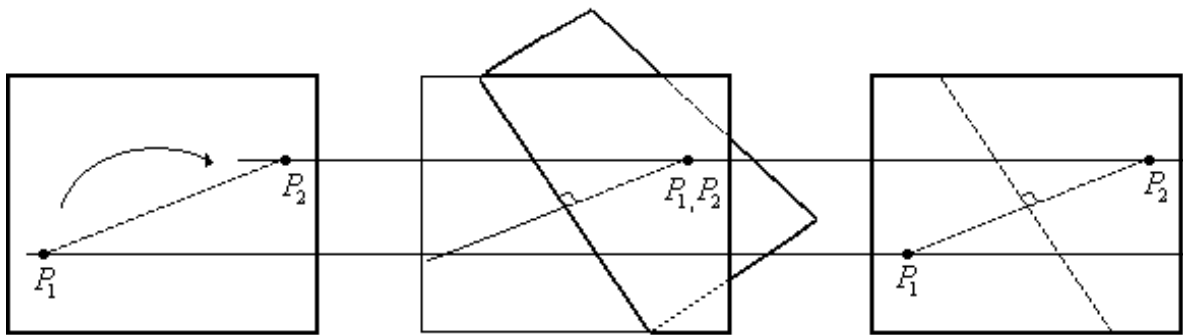
Que la papiroflexia sea utilizada como un recurso didáctico para que el aprendizaje de la Geometría Analítica, guiando a los alumnos a resolver problemas de esta asignatura, mediante el plegado de papel. Es decir, que una simple hoja de papel doblada adecuadamente se puede usar con fines pedagógicos para estudiar e ilustrar varios temas importantes de la Geometría Analítica.

La formulación de la nomenclatura internacional para definir los puntos constructibles con papiroflexia, se debe al italo-japonés Humiaki Huzita:

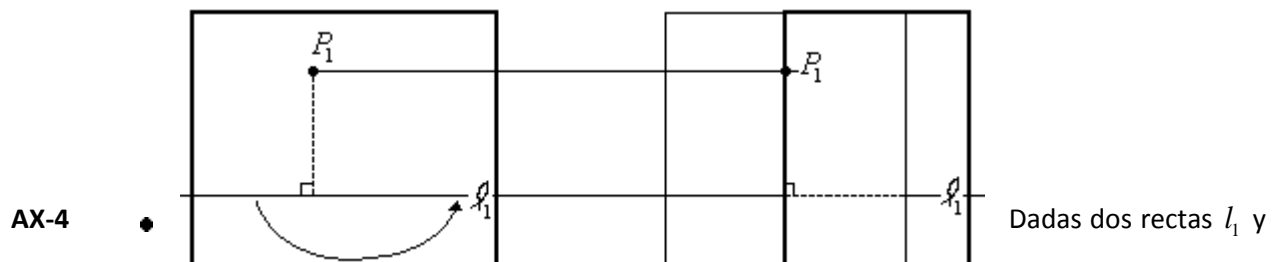
**AX-1** ♦ Dados 2 puntos  $P_1$  y  $P_2$  constructibles, se puede realizar un pliegue que los conecte, logrando con esto una línea recta que los une. Representa un objetivo que el alumno reconozca que la distancia más cercana entre dos puntos del plano, es la recta que los une.



**AX-2** ♦ Dados 2 puntos  $P_1$  y  $P_2$ , se puede realizar un pliegue que los una, logrando con esto la mediatriz del segmento de recta  $P_1 P_2$ . Consiguiendo que el alumno reconozca que la mediatriz de un segmento de recta, es un segmento de recta perpendicular al segmento de recta  $P_1 P_2$  y que pasa por su punto medio.

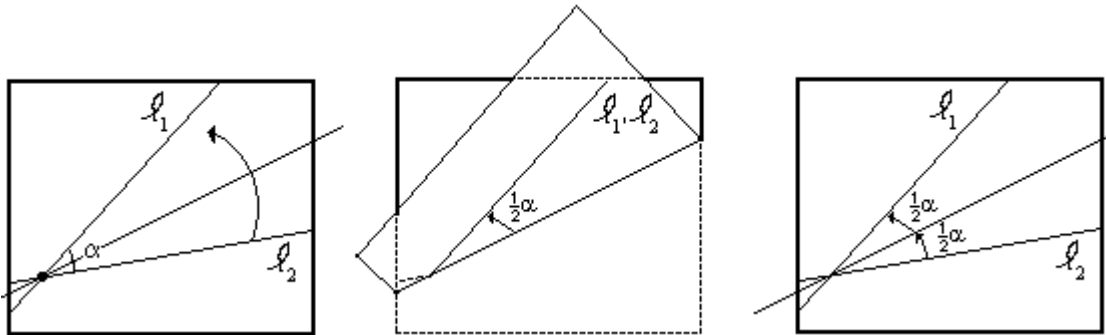


**AX-3** ♦ Dado un punto  $P_1$  y una recta  $l_1$ , se puede realizar un pliegue perpendicular a la recta  $l_1$  y que pase por el punto  $P_1$ , logrando con esto construir una recta perpendicular a otra que pasa por  $P_1$  (segmento de longitud mínima que une un punto de  $l_1$  con  $P_1$ ). Logrando como objetivo que el alumno reconozca la distancia mínima de un punto exterior  $P_1$  a una línea recta  $l_1$ .



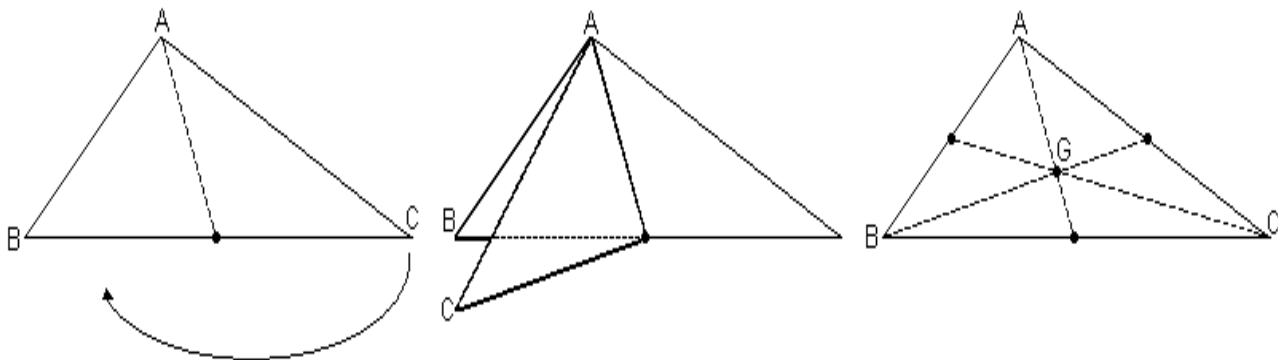
$l_2$ , se puede realizar un pliegue de la recta  $l_1$  sobre la recta  $l_2$ , logrando con esto construir una línea recta llamada bisectriz del ángulo formado por las rectas  $l_1$  y  $l_2$ .

Logrando como objetivo reconocer los elementos implicados en la construcción. Ángulo: Región comprendida entre dos semirrectas. Bisectriz de un ángulo: recta que lo divide en dos ángulos iguales. Simetría: Las dos semirrectas que definen un ángulo son simétricas respecto a la bisectriz del mismo.



## Rectas y puntos notables del triángulo

### Baricentro o centro de gravedad



- 1) Construimos un triángulo.
- 2) Trazamos pliegues de acuerdo a AX-2 en cada lado del triángulo para obtener el punto medio de cada lado.
- 3) Realizamos pliegues que unan el punto medio de cada lado con el vértice opuesto para obtener las 3 medianas que se cortan en el punto "G" (baricentro o centro de gravedad).

Logrando como objetivo reconocer los siguientes elementos implicados en la construcción:

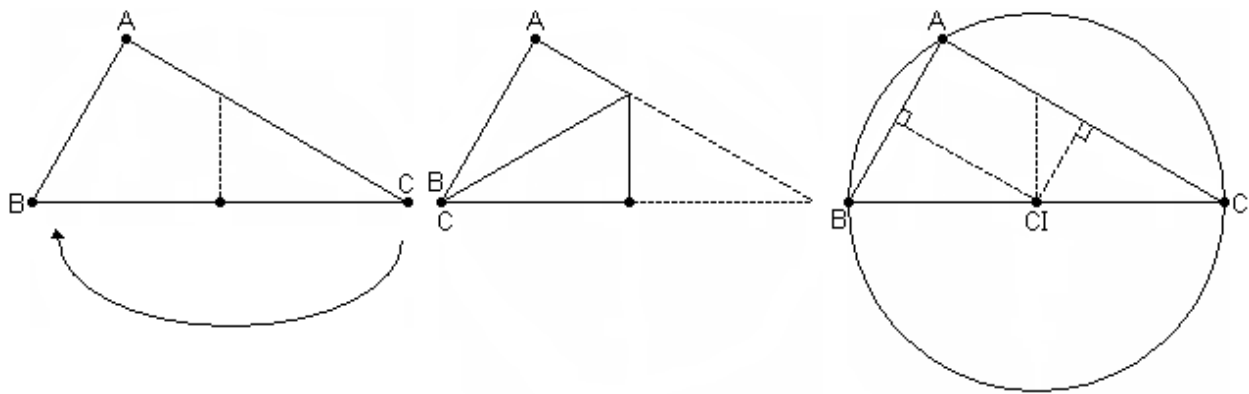
- Punto medio de un segmento de recta.
- Mediana, recta que une el punto medio de cada lado con el vértice opuesto.
- Baricentro o centro de gravedad, punto donde se intersectan las 3 medianas.
- Triángulo acutángulo, rectángulo y obtusángulo.

## Circuncentro

- 1) Construimos un triángulo.
- 2) Realizamos pliegues de acuerdo a AX-2 coincidiendo el vértice C con el B, el vértice C con el vértice A y A con el B, para trazar la mediatriz de cada lado del triángulo. El punto de intersección de los 3 pliegues es el circuncentro.

Logrando como objetivo reconocer los siguientes elementos en la construcción:

- Mediatriz de un segmento es la recta perpendicular de cada lado del triángulo, trazada en su punto medio.
- Circuncentro "CI", centro de la circunferencia circunscrita al triángulo.
- Triángulo acutángulo, rectángulo y obtusángulo.

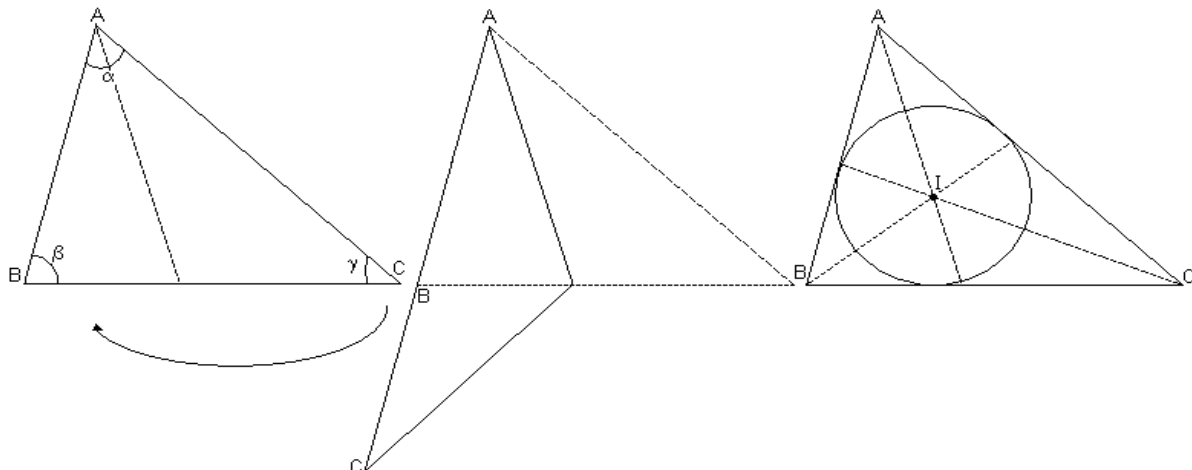


## Incentro

- 1) Construimos un triángulo.
- 2) Realizamos pliegues de acuerdo a AX-4 marcando la bisectriz de los ángulos  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$  colocando el lado AC sobre el lado AB, el AB con el BC y el BC con el AC, las tres bisectrices se intersectan en el punto llamado Incentro "I".

Logrando como objetivo reconocer los siguientes elementos en la construcción:

- Bisectriz de un ángulo es la recta que lo divide en dos ángulos iguales.
- Incentro "I", centro de la circunferencia inscrita al triángulo.

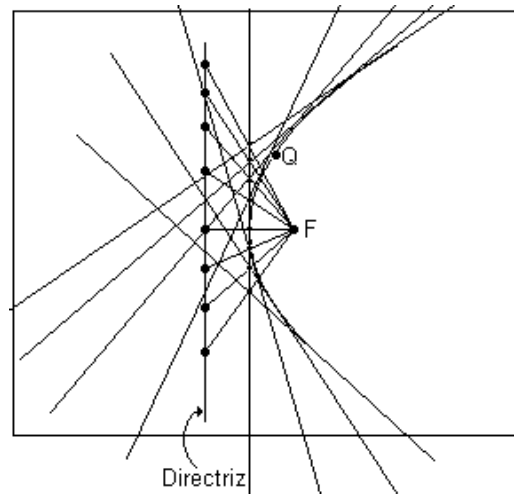


## La parábola

- 1) Realizamos un pliegue de acuerdo con Ax-1, esta recta será la directriz de la parábola, marcamos varios puntos sobre la directriz.
- 2) Marcamos un punto cualquiera a la derecha de la directriz, el cual será el foco "F" de la parábola.
- 3) Realizando pliegues de acuerdo a AX-2 haciendo coincidir cada punto marcado sobre la directriz con el foco "F", los dobleces delimitan la curva (parábola).

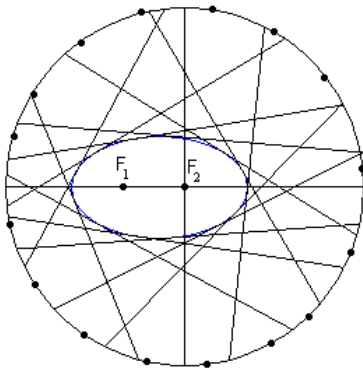
Logrando como objetivo reconocer los siguientes elementos en la construcción:

- Mediatriz de un segmento de recta, es la recta perpendicular que pasa por su punto medio y la distancia de cualquier punto sobre la mediatriz a los extremos del segmento de recta son iguales.
- Parábola es el conjunto de puntos del plano con la propiedad de que la distancia de uno cualquiera de ellos "Q" a un punto fijo "F" (foco) es igual a la distancia del mismo punto a una recta fija (la directriz).



## La elipse

- 1) Recortando un círculo o simplemente dibujándolo sobre la hoja de papel.
- 2) El centro del círculo será uno de los focos (F2).
- 3) Marcando un punto cualquiera en el interior del círculo distinto de F2, será el otro foco (F1) de la elipse.
- 4) Marcando tantos puntos como se desee sobre el perímetro del círculo y realizando pliegues haciendo coincidir cada uno de estos puntos con F1, estos pliegues delimitan una elipse.



Logrando como objetivo reconocer los siguientes elementos en la construcción:

- Mediatriz de un segmento de recta, es la recta perpendicular que pasa por su punto medio y la distancia de cualquier punto sobre la mediatriz a los extremos del segmento de recta son iguales.
- Elipse, es el conjunto de puntos del plano con la propiedad de que la suma de las distancias de uno cualquiera de ellos a dos puntos fijos

llamados focos es igual a una constante ( $2a$ , longitud del eje mayor).

## Bibliografía

- Sundara S. Row. "Geometry Exercises in Paper Folding", Ed. Dover. 1996  
Fillooy, E., Hitt, F. "Geometría Analítica", Ed. Iberoamerica, México. 1997  
Alsina, B. "Construir Geometría", Ed. Síntesis, Madrid.  
Educación Matemática, "Estudios de Cónicas con Papel", Vol. 6, num.2, pp. 87-100, agosto 1994  
Guerrero, R., Padilla, J., "Gimnasia con Geometría Analítica", Comité Editorial ENP. 2011